# בפרקים הקודמים

הגדרנו מימד(למרחבים נוצרים סופי)

# משפט

יהיו V מ"ו עם מימד סופי ו תת מרחב. אזי מתקיים:

1. *⬄*
2. *⬄*

## הוכחה

1. נבחר בסיס בW. זה קבוצה בת"ל בV. כל קבוצה בת"ל בV אפשר להשלים עד לבסיס בV =>
2. אם => בבסיס של W יש n ווקטורים. הם בת"ל => בסיס לV

### הערה

אם =>

# משפט

יהיו V מ"ו ו תתי מרחב נוצרים סופי. מתקיים:

## הוכחה

נבחר בסיס ב: , . נשלים ווקטורים האלה עד לבסיס ב. כלומר נקבל בסיס בסיס בW. באותו אופן . אזי צ"ל קבוצה היא בסיס ב:

1. כל ווקטור בW הוא צ"ל של . כל ווקטור בU הוא צ"ל של => כל ווקטור ב הוא צ"ל של

# תרגיל א'

אם ו אזי קיימים בסיסים כך ש ת"ל.

# תרגיל ב'

אם אזי בת"ל

1. צ"ל בת"ל. נניח אחרת: קיימים סקלרים כך ש  
    ולפחות אחד מהסקלרים .
   1. נוכיח ש לכל i: אחרת אם קיים נתקונן ב  
      , => => קיימים סקלרים כך ש => וקיים – סתירה כי בת"ל\
   2. גם מאותה סיבה
   3. כלומר – סתירה כי בת"ל.

## הערה

1. אם אזי אם ורק אם ו(⬄ )  
   (כי => ו => )
2. ו =>
3. ,
4. ,

חישוב בסיסים(ב)

קבוצה של ווקטורים של V. לחשב בסיס ל:

# הגדרות

יהי

1. תת מרחב ב שנפרש ע"י שורות של A נקרא מרחב השורות:
2. תת מרחב ב שנפרש ע"י העמודות של A נקרא מרחב העמודות של A:

– דרגת השורות של A

– דרגת העמודות של A

## הערה

# משפט

והמספר הזה נקרא דרגה של A:

# חישוב של בסיס(ו) ל

## משפט

שורות של מטריצה מדורגת הן בת"ל.

## משפט

למטריצות המקבלות אחת מהשנייה ע"י פעולות אלמנטריות יש אותו מרחב השורות

### הוכחה

שורות של מטריצה אחרי פעולה אלמנטרית הן כולן צ"ל שורות של מטריצה מקורית, ובגלל שפעולות אלמנטריות הופכיות יש שוויון

## משפט

שתי מטריצות A ו הן שקולות שורות(מתקבלות אחד מהשניה ע"י סידרה של פ.א.) אם ורק אם

### הוכחה

נבחר בסיס ב. A ו שקולות למטריצה

### "אלגוריתם" לחישוב בסיס של מרחב

1. נתבונן במטריצה כך ש שורות של A
2. לדרג A לצורה מדורגת
3. שורות של צורה מדורגת של A הן בסיס ל

# חישוב של בסיס ל

## משפט

יהיו ו צורה מדורגת שלה(ביחס לדירוג על השורות)

יהיו משתנים המובילים של (כלומר האיברים המובילים של ), אזי העמודות הם בסיס למרחב העמודות של A

### הערה

יש מספר שורות ל ווקטורים בבסיס של   
 מספר ווקטורים בבסיס של

לכן הוכחנו ש

## הוכחה

1. פרישה:  
   . יהי משתנה החופשי  
   פתרון פונדמנטלי נותן:
2. אי תלות:  
   כל פתרון עם ערכים של משתנים החופשיים = 0 הוא פתרון האפס => אם =>